

文章编号: 1000-8055(2008)10-1927-06

斜齿面齿轮齿面仿真及其轮齿接触分析

赵 宁¹, 曾晓春¹, 郭 辉¹, 沈云波¹, 方宗德¹, 魏冰阳²

(1. 西北工业大学 机电学院, 西安 710072; 2. 河南科技大学 机电工程学院, 洛阳 471039)

摘 要: 建立了斜齿面齿轮的加工和传动坐标系, 推导了斜齿小齿轮和面齿轮的齿面方程, 对面齿轮进行数值仿真并实现了齿面可视化; 进行了斜齿面齿轮传动的轮齿接触分析, 计算了斜齿面齿轮不同安装误差下的啮合轨迹和传动误差, 并对不同旋向下的面齿轮齿面和啮合轨迹进行了对比, 研究了通过轴向安装位移调整啮合轨迹的方法。

关 键 词: 轮齿接触分析; 面齿轮; 传动误差; 仿真

中图分类号: TH132. 41

文献标识码: A

Tooth contact analysis of face gear drive with helical pinion and simulation of the tooth face

ZHAO Ning¹, ZENG Xiao-chun¹, GUO Hui¹, SHEN Yun-bo¹,
FANG Zong-de¹, WEI Bing-yang²

(1. College of Machinery and Electronics Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. School of Mechantronics Engineering,

Henan University of Science of Technology, Luoyan 471039, China)

Abstract: The coordinate systems for the processing and driving of the helical pinion and the face gear were established, the tooth face equations of face gear and the helical pinion were deduced, while the tooth faces were simulated for visualization. Tooth contact analysis was conducted for the alignment error of the driving system. The tooth contact path and the transmission error of the face gear drive were computed through tooth contact analysis. Besides, different tooth faces and the tooth contact paths between the dextral face gear and the sinistral face gear were investigated in the paper. At last, the method of restoring the shift of contact path through axial displacement of the face gear was studied.

Key words: tooth contact analysis (TCA); facegear; transmission error; simulation

面齿轮传动具有诸多优点和几何特性^[1-2], 可以实现交错轴或相交轴之间的运动和扭矩的传递。Litvin 将齿面啮合技术和计算机仿真技术结合, 分别研究了直齿、斜齿、蜗杆刀具范成面齿轮的理论, 并提出了面齿轮的修形方法^[1]。本文以渐开线斜齿圆柱小齿轮和面齿轮传动系统为研究对

象, 主要研究了各种安装误差对斜齿面齿轮传动啮合轨迹的影响以及调整啮合轨迹的方法。

1 斜齿刀具齿面和面齿轮齿面方程

斜齿面齿轮的加工过程理论上是斜齿渐开线圆柱齿轮刀具范成面齿轮齿坯的过程。右旋斜齿

收稿日期: 2007-10-09; 修订日期: 2008-01-02

基金项目: 国家自然科学基金(50675176)

作者简介: 赵宁(1958-), 男, 陕西西安人, 教授、博导, 主要从事机械动力学、CAD/CAE 等研究。

渐开线刀具齿面方程为

$$\begin{aligned}x_s(\varepsilon_s, \theta_s) &= r_{bs} [\cos[(\theta_s + \eta_s) \pm \varepsilon_s] + \\&\quad \theta_s \sin[(\theta_s + \eta_s) \pm \varepsilon_s]] \\y_s(\varepsilon_s, \theta_s) &= r_{bs} [\pm \sin[(\theta_s + \eta_s) \pm \varepsilon_s] \\&\quad m\theta_s \cos[(\theta_s + \eta_s) \pm \varepsilon_s]] \\z_s(\varepsilon_s) &= p_s \varepsilon_s\end{aligned}\tag{1}$$

面单位法向量为

$$n_s(\theta_s, \varepsilon_s) = \begin{Bmatrix} \pm \cos \beta \sin A \\ - \cos \beta \cos A \\ \sin \beta \end{Bmatrix}\tag{2}$$

式中 ε_s 为螺旋角, θ_s 为渐开线参数, r_{bs} 为基圆半径, p_s 为螺旋参数, β 为基圆螺旋角, 正负号对应轮齿齿面的两侧齿廓, η_s 为刀具齿槽对称线到渐开线起始点的角度参数, 其中 η_s, A 由式 (3), (4) 确定, 若将 A 中的“ $\pm$ ”换为“ m ”, 则刀具由右旋变为左旋.

$$\eta_s = \pi/2 N_s - \text{inv} \alpha\tag{3}$$

$$A = (\theta_s + \eta_s) \pm \varepsilon_s\tag{4}$$

建立面齿轮加工坐标系, 如图 1 所示. 坐标系 $s_s = (O_s, x_s, y_s, z_s)$ 和 $s_2 = (O_2, x_2, y_2, z_2)$ 分别刚性连接在刀具和面齿轮上, 坐标轴 z_s, z_2 分别与刀具和面齿轮的轴线一致. $s_m = (O_m, x_m, y_m, z_m)$ 和 $s_a = (O_a, x_a, y_a, z_a)$ 是两个固定坐标框架, x_s 和 x_a 之间的夹角 ψ_s 表示刀具转动的绝对位置, 面齿轮转动时的绝对位置则可由 x_2 和 x_m 之间的夹角 ψ_2 表示. 传动比 i_{2s} 决定了转角 ψ_s 和 ψ_2 之间的关系, $i_{2s} = \psi_s / \psi_2$, 轴交角为 γ_m . 本文取 $\gamma_m = 90^\circ$.

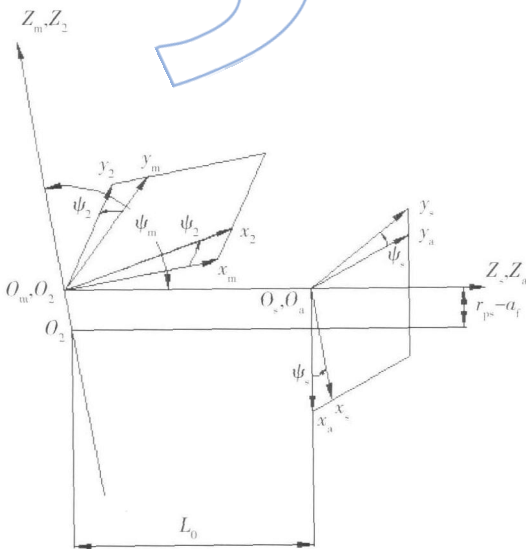


图 1 面齿轮加工坐标系

Fig. 1 Coordinate systems applied in the generation of a face gear

面齿轮的齿面方程为

$$\begin{cases} r_2(\varepsilon_s, \theta_s, \psi_s) = [M_{2s}] r_s(\varepsilon_s, \theta_s) \\ f(\varepsilon_s, \theta_s, \psi_s) = n_s \cdot v_{2s}^{(s)} = 0 \end{cases}\tag{5}$$

式中 $M_{2s} = M_{2m} \cdot M_{ma} \cdot M_{as}$ 表示从坐标系 s_s 到坐标系 s_2 的转换, 啮合方程为

$$\begin{aligned}f(\varepsilon_s, \theta_s, \psi_s) &= i_{2s} \cos \beta \cos(A \pm \psi_s) p_s \varepsilon_s + \\&\quad r_{bs} i_{2s} \sin \beta \sin(\psi_s \pm A) - r_{bs} \cos \beta + \\&\quad r_{bs} i_{2s} \theta_s \sin \beta (\sin A \sin \psi_s m \cos A \cos \psi_s) + \\&\quad L_0 i_{2s} \cos \beta \cos(\alpha \pm \psi_s)\end{aligned}\tag{6}$$

2 斜齿面齿轮传动安装误差下的 TCA

轮齿接触分析 TCA (Tooth contact analysis) 是指一种对两连续啮合齿面 Σ_1 和 Σ_2 的啮合过程进行计算机仿真, 同时考虑进安装误差的影响因素, 从而求得啮合轨迹和传动误差的数值方法.

2.1 斜齿面齿轮啮合传动坐标系的建立

面齿轮传动中, 为了避免边缘接触, 小齿轮的齿数一般要比刀具少 2 到 3 个, 这时面齿轮的传动类型为点接触传动. 小齿轮齿面形状主要由已知参数: 模数 m_n , 分度圆压力角 α_n , 螺旋角 β 等确定. 斜齿小齿轮齿面方程如式 (7).

$$\begin{cases} x_1(\varepsilon_1, \theta_1) = r_{b1} [\cos[(\theta_1 + \eta_1) \pm \varepsilon_1] + \\&\quad \theta_1 \sin[(\theta_1 + \eta_1) \pm \varepsilon_1]] \\y_1(\varepsilon_1, \theta_1) = r_{b1} [\pm \sin[(\theta_1 + \eta_1) \pm \varepsilon_1] \cdot (7) \\&\quad m\theta_1 \cos[(\theta_1 + \eta_1) \pm \varepsilon_1]] \\z_1(\varepsilon_1) = p_1 \varepsilon_1 \end{cases}$$

斜齿小齿轮和面齿轮的啮合传动关系如图 2 所示, 其中下角标 1, 2, s, f 分别代表小齿轮、面齿轮、刀具和固定坐标系, B 为小齿轮和刀具轴线间的距离, L_0 为小齿轮和面齿轮坐标系原点沿小齿轮轴线方向的距离.

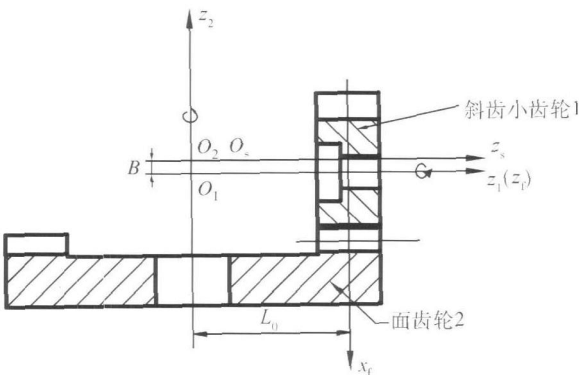


图 2 面齿轮啮合传动示意图

Fig. 2 Illustration of meshing of a face gear and a helical pinion

建立斜齿小齿轮和面齿轮在安装误差下的传动坐标系,如图 3 所示. 坐标系 $S_1 = (O_1, x_1, y_1, z_1)$ 和 $S_2 = (O_2, x_2, y_2, z_2)$ 分别刚性连接在斜齿小齿轮和面齿轮上, z_1, z_2 分别与刀具和面齿轮的轴线一致,其它 S_a, S_b, S_c 坐标系均为带误差的转换坐标系,其中 $\Delta q, \Delta \gamma, \Delta E$ 分别为轴向误差,轴交角误差和偏置误差, S_f 为一固定坐标系.

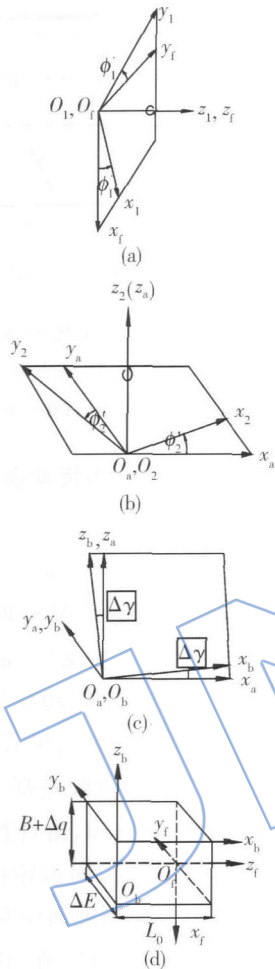


图 3 安装误差下的传动坐标系

Fig. 3 Coordinate systems applied for simulation of meshing with alignment errors

将小齿轮和面齿轮的齿面方程 r_1, r_2 和法向量 n_1, n_2 分别转换到坐标系 S_f 下,得到

$$r_2^{(f)}(\varepsilon, \theta, \psi, \phi_2') = [M_{f2}] r_2(\varepsilon, \theta, \psi) \quad (8)$$

$$r_1^{(f)}(\varepsilon, \theta, \psi, \phi_1') = [M_{f1}] r_1(\varepsilon, \theta, \psi) \quad (9)$$

$$n_2^{(f)}(\varepsilon, \theta, \psi, \phi_2') = [L_{f2}] n_2(\varepsilon, \theta, \psi) \quad (10)$$

$$n_1^{(f)}(\varepsilon, \theta, \psi, \phi_1') = [L_{f1}] n_1(\varepsilon, \theta, \psi) \quad (11)$$

式中 $[M_{f1}], [L_{f1}]$ 和 $[M_{f2}], [L_{f2}]$ 分别为斜齿小齿轮和面齿轮到固定坐标系的转换矩阵, $[L_{f2}], [L_{f1}]$ 分别为 $[M_{f2}], [M_{f1}]$ 去掉最后一行和最后一列的矩阵.

根据齿轮啮合原理,齿面上的接触点应满足:

有共同的坐标,并且在一点两齿面的法向量相同^[2]. 即齿面上的接触点应满足以下方程组

$$\begin{cases} f(\varepsilon, \theta, \psi) = 0 \\ r_2^{(f)}(\varepsilon, \theta, \psi, \phi_2') = r_1^{(f)}(\varepsilon, \theta, \phi_1') \\ n_2^{(f)}(\varepsilon, \theta, \psi, \phi_2') = [n_1^{(f)}(\varepsilon, \theta, \phi_1')] \end{cases} \quad (12)$$

式中 ϕ_2' 为面齿轮在传动中的转角, β_{b1} 为小齿轮基圆上的螺旋角. 为了便于求解,对方程组进行简化可得

$$\begin{cases} f(\varepsilon, \theta, \psi) = 0 \\ [n_{2x}^{(f)}(\varepsilon, \theta, \psi, \phi_2')]^2 + [n_{2y}^{(f)}(\varepsilon, \theta, \psi, \phi_2')]^2 = [\cos(\beta_{b1})]^2 \\ n_{2x}^{(f)}(\varepsilon, \theta, \psi, \phi_2') y_{2x}^{(f)}(\varepsilon, \theta, \psi, \phi_2') - n_{2y}^{(f)}(\varepsilon, \theta, \psi, \phi_2') y_{2x}^{(f)}(\varepsilon, \theta, \psi, \phi_2') = n_{b1} \cos(\beta_{b1}) \end{cases} \quad (13)$$

给定 ϕ_2' 一系列值,求解该非线性方程组,将解出的参数 $\varepsilon, \theta, \psi$ 代入 (5) 式即可求得面齿轮齿面上的啮合轨迹.

3 算例及分析

斜齿面齿轮的主要参数:模数 $m = 6.55 \text{ mm}$, 斜齿小齿轮齿数 $z_1 = 25$, 刀具齿数 $z_s = 28$, 面齿轮齿数 $z_2 = 140$, 螺旋角 $\beta_b = 15^\circ$, 压力角 $\alpha_n = 25^\circ$.

根据以上分析,应用 Matlab 编制程序,通过计算得到:①面齿轮和斜齿小齿轮的数值齿面;②不同旋向下齿面和啮合轨迹;③各种安装误差参数下的啮合轨迹;④各种安装误差下的传动误差;⑤通过轴向安装误差调整啮合轨迹的控制方法.

3.1 不同旋向下面齿轮齿面仿真和啮合轨迹

图 4 为面齿轮的数值齿面和啮合轨迹仿真结果. 如图 4,左右旋并不影响整体啮合轨迹偏移,但是却决定了啮合点之间随啮合次序的相对走向. 不同旋向下面齿轮齿面仿真及其啮合轨迹对比如表 1 所示.

3.2 各种安装误差参数对啮合轨迹的影响

斜齿面齿轮传动的轮齿接触分析主要基于观察连续相切接触的小齿轮齿面和面齿轮齿面的啮合过程所得. 图 5 所示为左旋面齿轮的工作齿面在不同安装误差下的啮合轨迹.

分析上述计算结果得到以下结论:①工作侧齿面从面齿轮齿顶进入啮合,由齿根退出啮合;②轴交角误差 $\Delta \gamma$ 为正时,啮合轨迹向面齿轮大端偏移;③面齿轮轴向安装误差 Δq 为正时,啮合轨迹向面齿轮大端偏移;④偏置距安装误差 ΔE 为正时,啮合轨迹向面齿轮小端偏移.

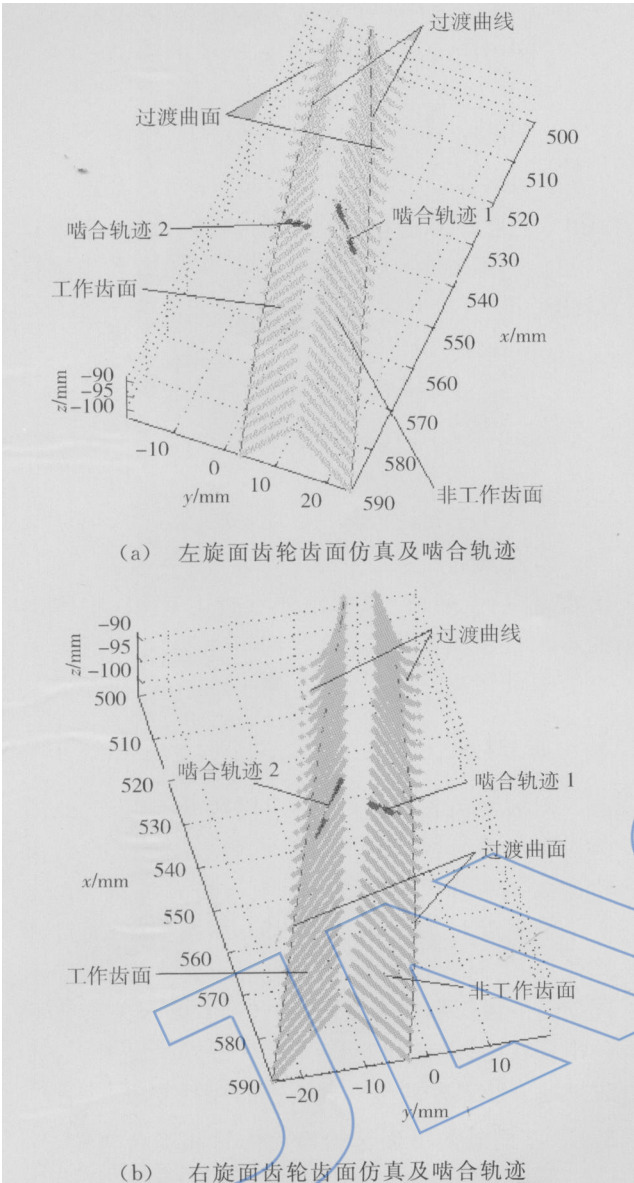


图 4 面齿轮齿面仿真及啮合轨迹

Fig. 4 Simulation of tooth face and tooth contact path of face gear

表 1 不同旋向下齿面仿真及啮合轨迹结果

Table 1 Differert simulation results of the tooth face and the tooth contact path

斜齿面齿轮的齿面仿真及传动啮合轨迹对比				
旋向	面齿轮左旋		面齿轮右旋	
齿侧	工作齿侧	非工作齿侧	工作齿侧	非工作齿侧
啮合次序	齿顶到齿根	齿根到齿顶	齿顶到齿根	齿根到齿顶
啮合点随				
啮合次序	偏向小端	偏向小端	偏向大端	偏向大端
偏移方向				
过渡曲线	小	大	大	小
的上升率				

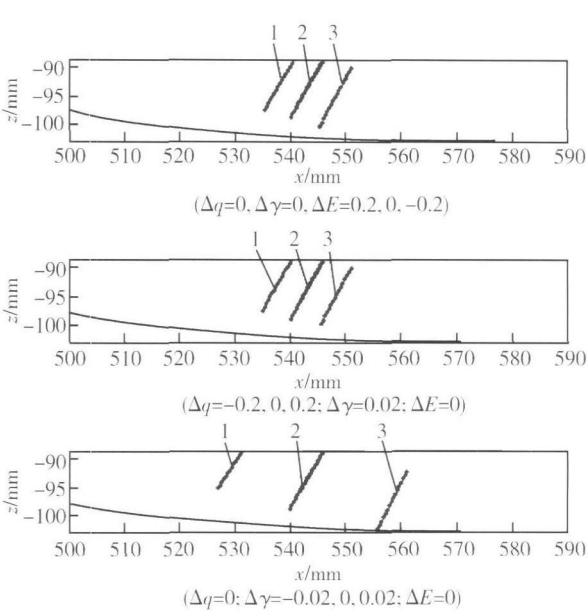


图 5 各种安装误差下面齿轮的啮合轨迹

Fig. 5 Tooth contact path of face gear drive for simulation of meshing with alignment errors

3.3 不同安装误差参数下的传动误差分析

传动误差的表达式为

$$V\phi_2 = \phi_2' - (N_1/N_2)(\phi_1 - \phi_2)$$

其意义为,被动齿轮实际转角偏离理论转角之值随主动齿轮转角的变化,其中 $\phi_1^* = \phi_1'(\phi_2')_{\phi_2'=0}$.

图 6 所示为斜齿面齿轮传动在各种安装误差下的传动误差曲线图.从计算结果看,斜齿面齿轮传动在各种安装条件下传动误差都是值近似为 0 的直线(最大误差为 10^{-12} rad,由计算误差造成),即无传动误差.这说明,斜齿面齿轮传动对轴交角误差 $\Delta\gamma$ 、小齿轮偏距 ΔE 和轴向位移 Δq 不敏感,安装误差只改变啮合轨迹的位置,而不改变面齿轮的传动比.这是航空齿轮传动中斜齿面齿轮传动相比弧齿锥齿轮传动的一个显著的优点.

3.4 通过改变轴向安装误差调整啮合轨迹的方法

实际的斜齿面齿轮传动中,由于加工、安装条件的限制、零件的受力变形等因素,斜齿小齿轮和面齿轮传动总存在着一定的安装误差,且上述三种安装误差很可能同时存在并且影响啮合轨迹的位置.为了得到合理的啮合轨迹,要对安装误差进行控制.在实际安装中,轴交角误差 $\Delta\gamma$ 和偏置距误差 ΔE 难以测量和控制. Δq 为面齿轮的轴向位移安装误差,可以通过调整面齿轮安装调整垫片的厚度来控制 and 测量 Δq ,从而有效改善啮合轨迹位置和传动质量.

图 7 所示为斜齿面齿轮传动在耦合安装误差

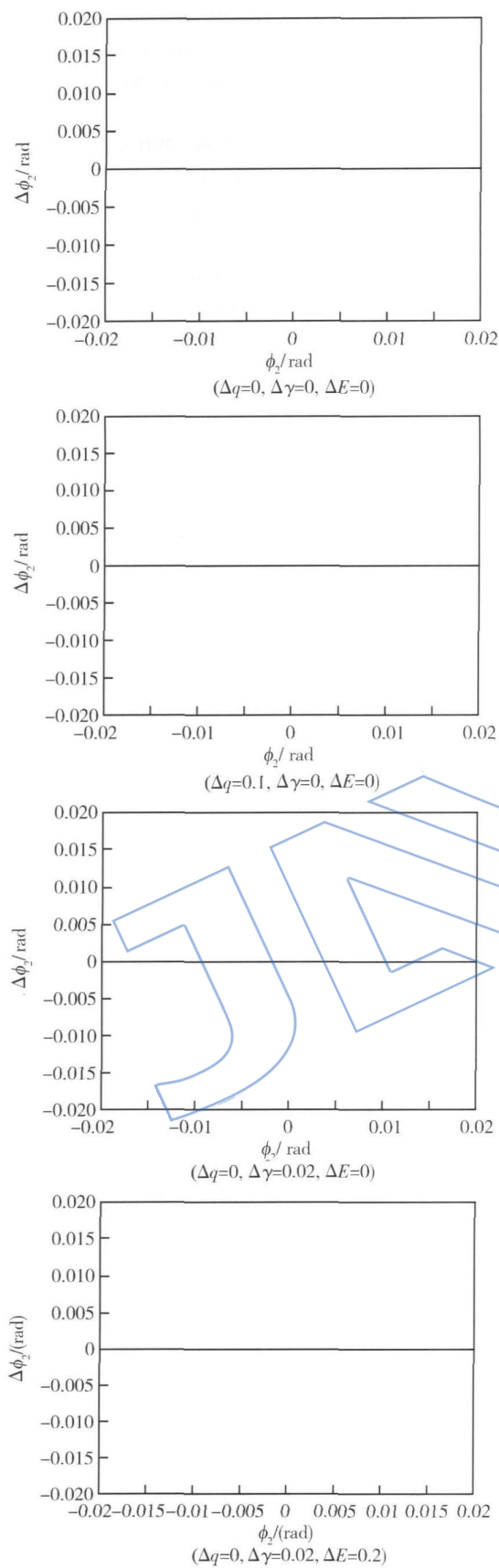


图 6 各种安装误差下的传动误差图

Fig 6 Transmission errors with different alignment errors

下,调整面齿轮的轴向位移安装误差 前后面齿轮啮合轨迹.图 7(a)为原始安装误差下的啮合轨迹相对无安装误差下的啮合轨迹向大端偏移了 9.84 mm,调整后啮合轨迹恢复到齿宽中部,调整量为 $\Delta q = -0.18$ mm.图 7(b)为原始安装误差下的啮合轨迹相对无安装误差下的啮合轨迹向左偏移了 8.24 mm,调整后啮合轨迹恢复到齿宽中部,调整量为 $\Delta q = 0.17$ mm.图 7(a),(b)中啮合轨迹经过调整后,基本与理想的啮合轨迹重合,改善了传动质量.

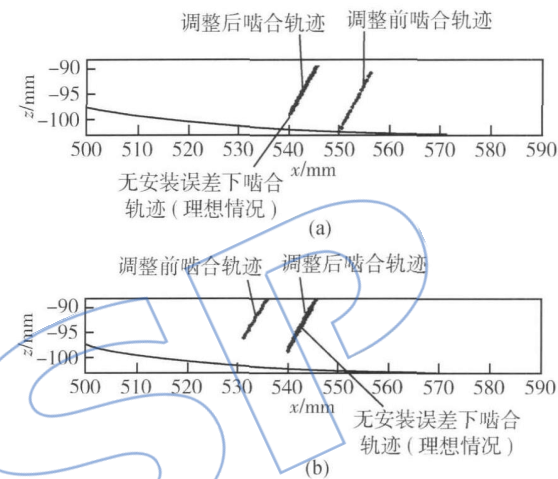


图 7 啮合轨迹调整图

Fig 7 Illustration of adjusting the tooth contact path

面齿轮传动实际安装时,调整啮合轨迹的控制策略如下:①测量初始安装误差下啮合轨迹的位置;②计算可能产生已有啮合轨迹偏移的三个安装误差参数的大小;③计算 Δq 的调整量;④结合实际情况进行面齿轮轴向位移 Δq 的调整,实现啮合轨迹的控制.

4 结 论

- 1) 当小齿轮齿数比刀具齿数少 2~3 个时,小齿轮和面齿轮传动为点接触传动,其啮合轨迹沿齿廓方向为一条近似斜线,旋向不同影响啮合轨迹的倾斜方向,即啮合轨迹上各啮合点间随着啮合次序进入啮合时沿齿宽方向的走向.
- 2) 斜齿面齿轮的各种安装误差只影响啮合轨迹的位置,并不会产生传动误差.
- 3) 通过控制面齿轮的轴向安装误差,可以有效调整接触轨迹,从而改善传动质量.

参考文献:

[1] Litvin F L , Gonzalez-Perez I , Fuentes A . Design , generation and stress analysis of face-gear drive with helical pin-

- ion[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005,194(36-38):3870-3901.
- [2] Litvin F L. Face gear drive with helical involute pinion: Geometry, generation by a shaper and a worm, avoidance of singularities and stress analysis[R]. NASA/ CR-2005-213443,2005.
- [3] Litvin F L. Gear geometry and applied theory[M]. Englewood Cliffs NJ :PTR Prentice Hall ,1994.
- [4] 白云飞.斜齿圆柱齿轮和面齿轮啮合传动的几何和静力学仿真[D].西安:西北工业大学,2006.
- BAI Yunfei. Geometry and static mechanical simulation of meshing between helical involute gear and face gear[D]. Xi 'an: Northwestern Polytechnical University,2006. (in Chinese)
- [5] 沈云波,刘春孝.非正交面齿轮啮合特性仿真分析[J].西安工业学院学报,2006,26(3):210-213.
- SHEN Yunbo,LIU Chunxiao. Simulation and analysis of meshing of face gear drive with nonorthogonal intersection [J]. Xi 'an: Journal of Xi 'an Institute of Technology, 2006,26(3):210-213. (in Chinese)